ИЗВЕСТИЯ РАН. ТЕОРИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ, 2019, № 2, с. 166–176

РОБОТОТЕХНИКА

УДК 004.896

АВТОМАТИЧЕСКИЙ ЗАХВАТ ОБЪЕКТОВ МАНИПУЛЯТОРОМ, ОСНАЩЕННЫМ МНОГОПАЛОЙ КИСТЬЮ[1]

© 2019 г. К. В. Бажинова[1], А. Г. Лесков[1,*], Е. В. Селиверстова[1]

[1] *МГТУ им. Н.Э. Баумана, Дмитровский филиал, Москва, Россия*

**e-mail: agleskov@rambler.ru*

Поступила в редакцию 19.10.2016 г.
После доработки 19.11.2018 г.
Принята к публикации 26.11.2018 г.

Рассматривается задача управления манипулятором при выполнении в автоматическом режиме операции захвата некооперируемого объекта. Манипулятор оснащен захватным устройством в виде многопалой кисти. Решение задачи включает этапы планирования и выполнения. При планировании происходит определение координат точек контакта на поверхности объекта, а также координат манипулятора и пальцев кисти в момент захвата. При выполнении операции происходит перемещение манипулятора и кисти из исходного положения в запланированное положение.

DOI: 10.1134/S0002338819020033

Введение. Термином захват определяют процесс, в результате которого происходит механическое соединение манипулятора и объекта. В настоящее время значительное внимание уделяется захвату, осуществляемому в автоматическом режиме [1, 2], т.е. без участия человека. Известны два основных способа автоматического захвата объектов:

а) с использованием специальных креплений, размещенных на поверхности захватываемого объекта, и стыковочных устройств – на фланце манипулятора,

б) без использования креплений на объекте и стыковочных устройств на манипуляторе.

Объекты, оснащенные специальными креплениями, называют “кооперируемыми”. Захват кооперируемых объектов состоит в присоединении стыковочных устройств на фланце манипулятора к креплениям на объекте. Такой способ давно и успешно реализуется на практике, например, при работе манипуляторов SSRMS, SPDM, JEMRMS Международной космической станции [3].

Однако большинство объектов не имеют специальных креплений – они являются “некооперируемыми”. Примерами могут служить детали при роботизированной промышленной сборке или сортировке предметов [4], объекты сервисных роботов [5], а также (для космических роботов) свободно перемещающиеся объекты (спутники, астероиды, космический мусор [6]). Для захвата таких объектов манипуляторы оснащают захватными устройствами (захватное устройство манипулятора – ЗУМ) в виде кистей с несколькими пальцами.

Захват некооперируемого объекта выполняется путем его обхвата пальцами ЗУМ. Операция захвата включает две части: *планирование* и *выполнение.* При планировании определяются координаты точек, за которые будет захвачен объект (точки захвата), координаты сочленений пальцев ЗУМ, а также силы, прикладываемые к объекту в точках захвата, и моменты относительно этих точек [2]. При *выполнении* операции манипулятор перемещает ЗУМ из исходного положения в положение, когда пальцы ЗУМ вступают в контакт с объектом в запланированных точках. После этого происходит сжатие объекта пальцами ЗУМ.

В статье полагается, что обе части операции захвата (планирование и выполнение) осуществляются в автоматическом режиме. Операция перемещения пальцев ЗУМ и манипулятора аналогична операции перемещения манипулятора в заданное положение. Алгоритм ее выполнения получил достаточное освещение в литературе, например, [7] и здесь не рассматривается.

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках государственного задания 9.7793.2017/БЧ (Номер для публикаций: 9.7793.2017/8.9).

1. Планирование захвата. Проблемы теории роботизированного захвата и практические аспекты его планирования вызывают глубокий интерес специалистов разных стран, о чем свидетельствуют многочисленные публикации по этой тематике [1, 2, 8—10]. Широкое распространение получили компьютерные системы планирования и моделирования процессов захвата объектов захватными устройствами различных типов. В качестве примера можно назвать GraspIt! — моделирующую систему, созданную в Лаборатории робототехники Колумбийского университета [11], а также пакет OpenRAVE (Open Robotics Automation Virtual Environment) [12], разработанный в Институте робототехники университета Карнеги—Меллона. Эти системы являются открытыми и активно используются в практических приложениях, в частности, в разработанном в МГТУ им. Н.Э. Баумана роботизированном комплексе [13].

В современных манипуляционных системах ЗУМ часто имеет вид многопалой кисти (*hand*) [8, 9]. Для кисти осуществляется планирование захвата. При этом манипулятор (*arm)* рассматривается только как средство перемещения кисти к объекту при выполнении операции. Далее для краткости будем обозначать такую систему как “кисть + объект” (КО).

В статье предлагается иной подход, при котором планирование захвата выполняется для манипуляционной системы в целом, включая и кисть, и манипулятор (в дальнейшем — система “рука + кисть + объект” (РКО). Система РКО имеет большее число степеней свободы по сравнению с КО. Это позволяет, во-первых, сформировать больше вариантов захватов и, во-вторых, найти решение в случаях, когда подходящий захват в системе КО найти не удается. Такой подход к планированию захвата предлагается впервые.

2. Основные соотношения теории захвата. В теории захвата объектов манипуляторами рассматривают [2] соотношения, связывающие между собой:

а) вектор ψ внешних сил, приложенных к центру масс объекта и моментов, относительно центра масс, и блочный вектор λ, составленный из векторов λ_i , $i = 1, 2, ..., m$; λ_i включает в себя, в общем случае, векторы силы, приложенной к объекту со стороны кисти в точке контакта i-го пальца кисти и объекта (i-я точка захвата), и момента относительно этой точки; вектор момента также считается приложенным к объекту со стороны i-го пальца кисти, m — число точек захвата; m равно количеству пальцев кисти;

б) блочный вектор v, компонентами которого являются векторы линейной и угловой скоростей центра масс объекта, и вектор v_c, составленный из m векторов v_{ci}, содержащих в общем случае векторы линейной скорости i-й точки захвата и проекций вектора угловой скорости вращения объекта относительно центра масс на нормали к поверхности объекта в точках захвата; детально векторы λ_i и v_{ci} рассматриваются ниже;

в) вектор μ сил (или моментов — в зависимости от того, осуществляет ли соответствующий привод поступательное или вращательное движение смежных звеньев), развиваемых приводами сочленений пальцев и вектор λ;

г) вектор $\dot{q}$ производных по времени координат сочленений кисти и блочный вектор v_c.

Размерность векторов ψ и v равна n_v. Величина n_v зависит от того, рассматривается движение объекта в плоскости или в пространстве. В первом случае $n_v = 3$, во втором $n_v = 6$. Размерность векторов μ и $\dot{q}$ равна количеству сочленений кисти.

Эти соотношения имеют вид

$$G\lambda = -\psi, \tag{2.1}$$

$$G^{\mathrm{T}} v = v_c, \tag{2.2}$$

$$J^{\mathrm{T}}\lambda = \mu, \tag{2.3}$$

$$J\dot{q} = v_c. \tag{2.4}$$

В выражениях (2.1)—(2.4) матрица G носит название матрицы захвата (*Grasp Matrix*), J — матрица Якоби кисти. Векторы — компоненты векторов ψ, v полагаются заданными в инерциальной системе координат (СК), связанной с основанием манипулятора, компоненты векторов λ, v_c — в системах координат СК$_i$, начала которых расположены в точках захвата. Ось x_i СК$_i$ направлена по нормали к касательной плоскости в точке захвата в сторону объекта. Две другие оси расположены в касательной плоскости и образуют правую систему координат. Под действием внешних сил и моментов, а также сил, приложенных к точкам захвата и векторов моментов относительно этих точек (действуют со стороны кисти), объект находится в равновесии. Ввиду малости перемещений, совершаемых пальцами кисти и объектом при захвате, соотношения для векторов скоростей v, v_c, $\dot{q}$ сохраняют силу и для векторов перемещений. В формулах (2.2) и (2.3) верхний индекс T в записи матриц G и J означает транспонирование.

Соотношения (2.1)–(2.4) рассматриваются для трех видов контактов пальцев кисти и объекта [2, 14]:

а) точечный контакт объекта (абсолютно твердого тела) с кистью, пальцы которой – абсолютно твердые тела; при этом силы трения в точках контакта объекта и кисти не принимаются во внимание;

б) точечный контакт объекта (абсолютно твердого тела) с кистью, пальцы которой – абсолютно твердые тела, но при этом учитываются силы трения;

в) контакт объекта (абсолютно твердого тела) с кистью, пальцы которой могут деформироваться в направлении нормали в точке контакта ("мягкие пальцы"); при этом полагается, что поверхностное трение и пятно контакта в i-й точке достаточно большие.

В зависимости от вида контакта изменяются размерности входящих в соотношения (2.1)–(2.4) компонент векторов λ и v_c, т.е. λ_i и v_{ci}. При точечном без трения контакте i-го пальца на объект действует сила, направленная по нормали к поверхности объекта; при этом точка захвата совершает только поступательное перемещение в направлении нормали к его поверхности. Векторы λ_i и v_{ci} содержат по одной компоненте, равной, соответственно, силе и перемещению в направлении нормали (в сторону объекта).

Если контакт i-го пальца с объектом происходит в одной точке, но при этом учитываются силы трения, то вектор контактной силы может отклоняться от нормали. В этом случае λ_i содержит три компоненты, представляющие собой проекции вектора силы на оси связанной с телом СК с началом в i-й точке; v_{ci} также содержит три компоненты – проекции вектора линейной скорости i-й точки на оси СК контакта.

Если i-й палец ЗУМ "мягкий", то v_{ci} содержит четыре компоненты – проекции вектора линейной скорости i-й точки контакта соответствующего пальца ЗУМ на оси СК контакта и одну составляющую угловой скорости вращения вокруг нормали. Четыре компоненты содержит и λ_i.

Рассмотрим вид матриц G и J. *Матрица захвата* G имеет вид:

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \dots & G_{1m} \\ G_{21} & G_{22} & \dots & G_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ G_{n_v 1} & G_{n_v 2} & \dots & G_{n_v m} \end{bmatrix}. \tag{2.5}$$

Количество строк матрицы G равно n_v – числу степеней свободы объекта. Количество столбцов зависит от количества m точек захвата и вида контакта в каждой из точек. Элемент G_{ij} представляет собой вектор-строку, размерность которой lj равна размерности вектора λ_j. В случае точечного контакта без трения в точке j элемент G_{ij} матрицы G имеет размерность 1×1. При наличии трения размерность G_{ij} равна 1×3 (объект и пальцы кисти – абсолютно твердые тела). При захвате объекта "мягкими" пальцами размерность G_{ij} равна 1×4. Отметим, что в общем случае виды контактов в отдельных точках могут различаться. Обозначим $l = l_1 + \dots + l_m$. Тогда размерность матрицы G составляет $n_v \times l$.

Матрица Якоби кисти имеет диагональный вид:

$$J = \mathrm{diag}(J_1, \dots J_i \dots J_m), \tag{2.6}$$

где J_i – матрица Якоби i-го пальца; J_i связывает вектор $\dot{q}_i$ производных координат сочленений *i-го* пальца с вектором v_{ci} линейной скорости i-й точки захвата объекта и угловой скорости вращения объекта относительно i-й точки.

Количество строк матрицы J равно l, *к*оличество столбцов равно общему числу сочленений всех пальцев кисти.

3. Желаемые свойства захвата. Для определения свойств захвата необходимо найти решение системы линейных векторно-матричных уравнений (2.1)–(2.4). Решение этих уравнений предполагает обращение матриц в левой части. В общем случае эти матрицы могут иметь неполный ранг. Рассмотрим решение на примере уравнения (2.1).

Следуя [15], представим λ в виде

$$\lambda = \lambda_r + \lambda_0,$$

где вектор λ_r принадлежит ранговому пространству $R(G^{\mathrm{T}})$ матрицы G^{T}, а вектор x_0 – нуль-пространству $N(G)$ матрицы G. Последнее выражение можно записать так:

$$\lambda = -G^{+}\psi + N(G)\alpha, \tag{3.1}$$

где G^{+} – псевдообратная по отношению к G матрица, α – произвольный вектор-множитель. Аналогично получаем

$$\nu = (G^{\mathrm{T}})^{+}v_c + N(G^{\mathrm{T}})\beta, \tag{3.2}$$

$$\lambda = (J^{\mathrm{T}})^{+}\mu + N(J^{\mathrm{T}})\gamma, \tag{3.3}$$

$$\dot{q} = J^{+}v_c + N(J)\delta. \tag{3.4}$$

В уравнениях (3.2)–(3.4) $N(\cdot)$ – нуль-пространства соответствующих матриц, β, γ и δ – произвольные вектор-множители, $(\cdot)^{+}$ – псевдообратные по отношению к $(\cdot)$ матрицы.

С использованием свойств нуль-пространств матриц захвата и матриц Якоби свойства захвата формулируются следующим образом [2].

1. Захват является ***достаточным*** (для удерживания объекта), если $N(G)$ нетривиально. Из (3.1) следует, что в этом случае в составе λ_i имеются "внутренние" силы и моменты, которые влияют только на интенсивность сжатия объекта пальцами кисти. Выполнение условия нетривиальности $N(G)$ является одним из желаемых свойств захвата.

2. Захват называется ***неопределенным***, если нетривиальным является $N(G^{\mathrm{T}})$. Из (3.2) следует, что в этом случае имеют место перемещения объекта, не связанные с движением пальцев в точках захвата. Последнее свидетельствует об отсутствии контроля движения объекта за счет пальцев кисти и является неприемлемым.

3. Захват называют ***дефектным***, если нетривиальным является $N(J^{\mathrm{T}})$. Из (3.3) следует, что в этом случае не гарантируется наличие вектора сил (или моментов) μ, развиваемых приводами сочленений пальцев, который обеспечивает заданный вектор сил и моментов λ (соотношение (3.1)) в точках захвата. Другими словами, в составе $N(J^{\mathrm{T}})$ есть векторы λ, не зависящие от сил (или моментов) приводов сочленений μ.

4. Захват называется ***избыточным***, если нетривиальным является $N(J)$. В этом случае (следует из уравнения (3.4)) в векторе $\dot{q}$ имеются компоненты, не связанные с движением объекта.

Ключевыми в теории захвата являются соотношения, при выполнении которых обеспечивается возможность осуществления нужных перемещений объекта и силовых воздействий на объект, управление этими перемещениями и воздействиями со стороны кисти, а также управление силами сжатия объекта. Эти соотношения определяют желаемые свойства захвата. Соответствие захвата желаемым свойствам можно установить, анализируя уравнения (3.1)–(3.4). Рассматривая уравнения (3.1)–(3.4), видим следующее.

1. Манипулируя пальцами кисти, можно ***осуществить перемещения*** объекта (вектор скоростей v), исключив при этом самопроизвольные перемещения, если $N(G^{\mathrm{T}})$ является тривиальным. Сформулированные условия эквивалентны требованию $\dim N(G^{T}) = 0$ или rank $G = n_v$. Последнее условие накладывается на захват и для обеспечения ***силовых воздействий*** со стороны пальцев кисти на объект, компенсирующих действие вектора ψ (3.1).

2. ***Управление перемещениями*** объекта пальцами кисти (вектор скоростей перемещения пальцев $\dot{q}$) требует *одновременного* выполнения свойств $\dim N(G^{\mathrm{T}}) = 0$ и rank $GJ = n_v$. Эти условия эквивалентны условию rank GJ = rank $G = n_v$, что следует из совместного рассмотрения соотношений (3.2) и (3.4). Эти свойства справедливы и для обеспечения управления ***силовыми воздействиями*** на объект.

3. Из уравнения (3.1) следует, что, если $N(G)$ нетривиально, то существуют силы (внутренние), которые "сжимают" объект. При этом не все внутренние силы в $N(G)$ могут быть управляемыми. В [1, 2] показано, что все ***внутренние силы*** в $N(G)$ ***являются управляемыми***, если и только если отсутствует пересечение нуль-пространств $N(G)$ и $N(J^{\mathrm{T}})$, т.е. $N(G) \cap N(J^{\mathrm{T}}) = 0$.

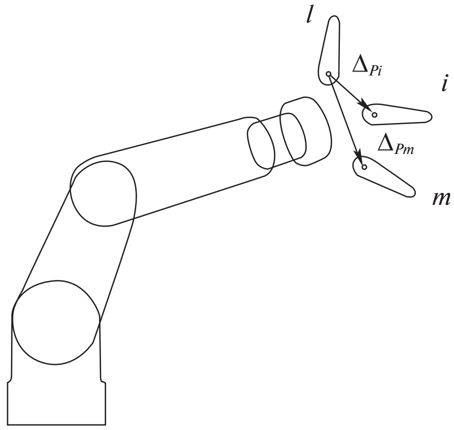

Рис. 1. Расчетная схема кисти с m пальцами

4. Матрицы Якоби систем КО и РКО. Выражение (2.6) для матрицы Якоби кисти запишем в виде:

$$J_{\text{КО}} = \text{diag}(J_{\text{КО}1}, \ \dots \ J_{\text{КО}i} \ \dots \ J_{\text{КО}m}).$$

Индекс КО добавлен с целью удобства рассмотрения матриц Якоби систем КО и РКО.

Для системы РКО матрица Якоби запишется так:

$$J_{\text{РКО}} = \begin{bmatrix} J_{\text{КО}1} & 0 & \dots & 0 & J_{\text{p}1} \\ 0 & J_{\text{КО}2} & \dots & 0 & J_{\text{p}2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & J_{\text{КО}m} & J_{\text{p}m} \end{bmatrix} = [J_{\text{КО}} \ \ J_{\text{p}}]. \tag{4.1}$$

Здесь $J_{\text{p}i}$ – матрица Якоби, которая связывает производную по времени вектора координат сочленений руки манипулятора с вектором (блочным) линейной и угловой скоростей точки, расположенной в основании i-го пальца. J_{p} – блочная матрица, составленная из матриц $J_{\text{p}i}$, $i = 1, 2, \dots, m$.

Видно, что матрица $J_{\text{РКО}}$ системы РКО отличается от аналогичной матрицы $J_{\text{КО}}$ системы КО наличием дополнительного столбца. Размер матрицы $J_{\text{КО}}$ составляет $l \times n_{qc}$. Размер матрицы $J_{\text{РКО}}$ составляет $l \times (n_{qc} + n_{q\text{p}})$. Здесь n_{qc} – суммарное число сочленений всех пальцев кисти, $n_{q\text{p}}$ – число сочленений руки манипулятора. Полагается, что каждое сочленение допускает относительное перемещение смежных звеньев вдоль или вокруг только одной оси.

Компоненты J_{pi} имеют вид

$$J_{\text{p}i} = J_{\text{p}1} + \Delta_{\text{p}i},$$

где $J_{\text{p}1}$ – матрица Якоби руки манипулятора для системы координат, расположенной в основании пальца с номером 1, $\Delta_{\text{p}i}$ – матрицы поправок. Наличие $\Delta_{\text{p}i}$ обусловлено различным положением оснований пальцев на ладони кисти относительно основания первого пальца (рис. 1).

Тогда справедливо соотношение

$$v_c = J_{\text{РКО}}[\dot{q}^{\text{T}} \ \ \dot{q}_{\text{p}}^{\text{T}}]^{\text{T}},$$

где $\dot{q}_{\text{p}}$ – вектор, составленный из производных координат сочленений руки манипулятора; размерность этого вектора совпадает с числом звеньев (сочленений) манипулятора.

5. Свойства ранговых и нуль-пространств матриц Якоби систем КО и РКО. Как видно из (2.5), матрица захвата G является одинаковой для систем КО и РКО. Сравнивая (2.6) и (4.1), видим, что матрицы Якоби $J_{\text{КО}}$ и $J_{\text{РКО}}$ различаются: матрица $J_{\text{РКО}}$ имеет дополнительный столбец из блочных матриц $J_{\text{p}i}$. Оценим влияние свойств матрицы J_{p} на возможность обеспечения желаемых свойств захвата, в том числе в случае, когда эти свойства невозможно обеспечить, рассматривая захват объекта в системе КО. Для размерностей ранговых и нуль-пространств матриц имеют место следующие соотношения:

$$\dim R(J_{\text{КО}}) + \dim N(J_{\text{КО}}^{\text{T}}) = n_{J_{\text{КО}}},$$

$$\dim R(J_{\text{КО}}^{\text{T}}) + \dim N(J_{\text{КО}}) = k_{J_{\text{КО}}},$$

$$\dim R(J_{\text{РКО}}) + \dim N(J_{\text{РКО}}^{\text{T}}) = n_{J_{\text{РКО}}},$$

$$\dim R(J_{\text{РКО}}^{\text{T}}) + \dim N(J_{\text{РКО}}) = k_{J_{\text{РКО}}},$$

где $n_{J_{\text{КО}}}$ – количество строк матрицы $J_{\text{КО}}$, $k_{J_{\text{КО}}}$ – количество столбцов матрицы $J_{\text{КО}}$, $n_{J_{\text{РКО}}}$ – количество строк матрицы $J_{\text{РКО}}$, $k_{J_{\text{РКО}}}$ – количество столбцов матрицы $J_{\text{РКО}}$.

Матрица $J_{\text{РКО}}$ (4.1) системы РКО имеет больше столбцов, чем матрица $J_{\text{КО}}$, но одинаковое с ней количество строк, т.е. $n_{J_{\text{РКО}}} = n_{J_{\text{КО}}}$, $k_{J_{\text{РКО}}} > k_{J_{\text{КО}}}$. Тогда последние соотношения можно переписать так:

$$\dim R(J_{\text{КО}}) + \dim N(J_{\text{КО}}^{\text{T}}) = \dim R(J_{\text{РКО}}) + \dim N(J_{\text{РКО}}^{\text{T}}), \tag{5.1}$$

$$\dim R(J_{\text{КО}}^{\text{T}}) + \dim N(J_{\text{КО}}) < \dim R(J_{\text{РКО}}^{\text{T}}) + \dim N(J_{\text{РКО}}). \tag{5.2}$$

Ранг транспонированной матрицы равен рангу исходной матрицы, поэтому с учетом (5.1) неравенство (5.2) можно записать следующим образом:

$$\dim N(J_{\text{КО}}) - \dim N(J_{\text{КО}}^{\text{T}}) < \dim N(J_{\text{РКО}}) - \dim N(J_{\text{РКО}}^{\text{T}}). \tag{5.3}$$

Соотношение (5.3) можно переписать в виде

$$\dim N(J_{\text{РКО}}^{\text{T}}) < \dim N(J_{\text{РКО}}) - \dim N(J_{\text{КО}}) + \dim N(J_{\text{КО}}^{\text{T}}). \tag{5.4}$$

Из последнего выражения вытекает важный частный случай. Выше было показано, что для исключения *дефектности* захвата необходимо обеспечить строгое равенство $\dim N(J_{\text{РКО}}^{\text{T}}) = 0$. Исходя из (5.4), выполнение этого равенства возможно только при условии

$$\dim N(J_{\text{РКО}}) - \dim N(J_{\text{КО}}) + \dim N(J_{\text{КО}}^{\text{T}}) = 1. \tag{5.5}$$

Соотношение (5.5) может использоваться при анализе свойств манипуляционной системы РКО при заданной конфигурации манипулятора для известного (выбранного ранее) захвата объекта системой КО. Кроме того, соотношение (5.5) свидетельствует о принципиальной возможности выбора такой конфигурации манипулятора, при которой $\dim N(J_{\text{КО}}^{\text{T}}) \neq 0$, но $\dim N(J_{\text{РКО}}^{\text{T}}) = 0$, и, следовательно, в системе РКО исключается "дефектность" захвата, образующаяся при планировании захвата в системе КО.

6. Обеспечение желаемых свойств захвата системой РКО. Полагаем, что захват является достаточным (т.е. $\dim N(G) \neq 0$) и определенным (т.е. $\dim N(G^{\text{T}}) = 0$). Эти условия одинаковы для систем КО и РКО.

Матрицы Якоби входят в состав соотношений, определяющих условия обеспечения некоторых желаемых свойств захвата, таких, как *исключение дефектности, управляемость перемещений (сил воздействия на объект) и внутренних сил (сил сжатия)*. Эти соотношения для системы РКО имеют вид

$$\dim N(J_{\text{РКО}}^{\text{T}}) = 0, \quad \operatorname{rank} G J_{\text{РКО}} = \operatorname{rank} G = n_v,$$
$$N(G) \cap N(J_{\text{РКО}}^{\text{T}}) = 0.$$

Принимая во внимание вид матрицы $J_{\text{РКО}}$ (выражение (4.1)), определим свойства, которыми должна обладать матрица Якоби $J_{\text{р}}$, чтобы исключить в системе РКО дефектность захвата и обеспечить управляемость перемещениями пальцев кисти, а также силовыми воздействиями кисти на объект.

1. Условие $\dim N(J_{\text{РКО}}^{\text{T}}) = 0$. Нуль-пространство матрицы $J_{\text{РКО}}^{\text{T}}$ образуют векторы внутренних воздействий кисти на объект $\lambda_{\text{в}}$, которые не зависят от сил и моментов, действующих в сочлене-

ниях пальцев схвата и руки манипулятора. Обозначим эти воздействия блочным вектором $\lambda_{\text{в}}$, который удовлетворяет условию

$$J_{\text{РКО}}^{\text{T}}\lambda_{\text{в}} = \mathbf{0} \quad \text{при} \quad \lambda_{\text{в}} \neq \mathbf{0}. \tag{6.1}$$

Условие (6.1) можно переписать как одновременное выполнение равенств:

$$J_{\text{КО}}^{\text{T}}\lambda_{\text{в}} = \mathbf{0}, \quad J_{\text{Р}}^{\text{T}}\lambda_{\text{в}} = \mathbf{0} \quad \text{при} \quad \lambda_{\text{в}} \neq \mathbf{0}.$$

Видно, что если последние равенства не выполняются одновременно при одинаковом для них ненулевом значении вектора $\lambda_{\text{в}}$, т.е. $J_{\text{КО}}^{\text{T}}\lambda_{\text{в}} = \mathbf{0}$, но $J_{\text{Р}}^{\text{T}}\lambda_{\text{в}} \neq \mathbf{0}$ и наоборот, то $\dim N(J_{\text{КО}}^{\text{T}}) = 0$ и захват, дефектный в системе КО, не будет таковым в системе РКО. Другими словами, необходимо, чтобы

$$N(J_{\text{КО}}^{\text{T}}) \cap N(J_{\text{р}}^{\text{T}}) = 0. \tag{6.2}$$

2. Выполнение условия

$$\operatorname{rank} GJ_{\text{РКО}} = \operatorname{rank} G = n_v$$

свидетельствует об управляемости и перемещениями пальцев кисти, и силовыми воздействиями кисти на объект в системе РКО.

Учитывая вид матриц G и $J_{\text{РКО}}$, представленных в выражениях (2.5) и (4.1), получим:

$$J_{\text{РКО}}^{\text{T}}G^{\text{T}} = \begin{bmatrix} G_{11}J_{\text{КО}1} & G_{12}J_{\text{КО}2} & \ldots & G_{1m}J_{\text{КО}m} & G_{11}J_{\text{р}1} + G_{12}J_{\text{р}2} + \ldots + G_{1m}J_{\text{р}m} \\ G_{21}J_{\text{КО}1} & G_{22}J_{\text{КО}2} & \ldots & G_{2m}J_{\text{КО}m} & G_{21}J_{\text{р}1} + G_{22}J_{\text{р}2} + \ldots + G_{2m}J_{\text{р}m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ G_{61}J_{\text{КО}1} & G_{62}J_{\text{КО}2} & \ldots & G_{6m}J_{\text{КО}m} & G_{61}J_{\text{р}1} + G_{62}J_{\text{р}2} + \ldots + G_{6m}J_{\text{р}m} \end{bmatrix}^{\text{T}}.$$

Обозначим через $J_{\text{р}}^{\text{T}}G^{\text{T}}$ последнюю строку матрицы $J_{\text{РКО}}^{\text{T}}G$. Нуль-пространство матрицы $J_{\text{РКО}}^{\text{T}}G^{\text{T}}$ можно представить как набор некоторых ненулевых векторов φ, каждый из которых удовлетворяет условию

$$J_{\text{РКО}}^{\text{T}}G^{\text{T}}\phi = \mathbf{0} \quad \text{при} \quad \phi \neq \mathbf{0}.$$

С учетом структуры матрицы $J_{\text{РКО}}$ (4.1) это условие можно переписать как одновременное выполнение равенств:

$$J_{\text{КО}}^{\text{T}}G^{\text{T}}\phi = \mathbf{0}, \quad J_{\text{р}}^{\text{T}}G^{\text{T}}\phi = \mathbf{0} \quad \text{при} \quad \phi \neq \mathbf{0}.$$

Если последние равенства не выполняются одновременно при общем для обоих соотношений значении $\phi \neq \mathbf{0}$, т.е. $J_{\text{КО}}^{\text{T}}G^{\text{T}}\phi = \mathbf{0}$, но $J_{\text{р}}^{\text{T}}G^{\text{T}}\phi \neq \mathbf{0}$ и наоборот, тогда неуправляемый захват в системе КО может быть управляемым в системе РКО.

Таким образом, для управляемости захвата в системе РКО необходимо, чтобы не существовало общих для нуль-пространств матриц $J_{\text{КО}}^{\text{T}}G^{\text{T}}$ и $J_{\text{р}}^{\text{T}}G^{\text{T}}$ значений векторов $\phi \neq \mathbf{0}$:

$$N(J_{\text{КО}}^{\text{T}}G^{T}) \cap N(J_{\text{р}}^{\text{T}}G^{T}) = 0. \tag{6.3}$$

Следующая за планированием захвата операция состоит в планировании траекторий сочленений кисти и манипулятора и их перемещении по спланированным траекториям. Перемещение обеспечивается за счет работы систем управления движением манипулятора и кисти.

П р и м е р. В качестве примера рассмотрим захват плоского объекта двупалой кистью. Объект в форме четырехугольника захватывается пальцами со стороны левой и правой граней (рис. 2а). Левая грань скошена под углом 45°. Штриховой линией показан отрезок, соединяющий точки захвата, стрелками направление движения пальцев кисти. Для наглядности будем считать, что объект может совершать только поступательные перемещения в направлении осей X и Y системы координат OXY, связанной с неподвижным основанием. В этом случае $n_v = 2$. На рис. 2а q_1 и q_2 координаты сочленений пальцев кисти. На рис. 2б μ_1 и μ_2 – силы, развиваемые приводами пальцев кисти, λ_1 и λ_2 – векторы сил, приложенных к объекту со стороны пальцев в точках захвата, P – вектор силы тяжести объекта.

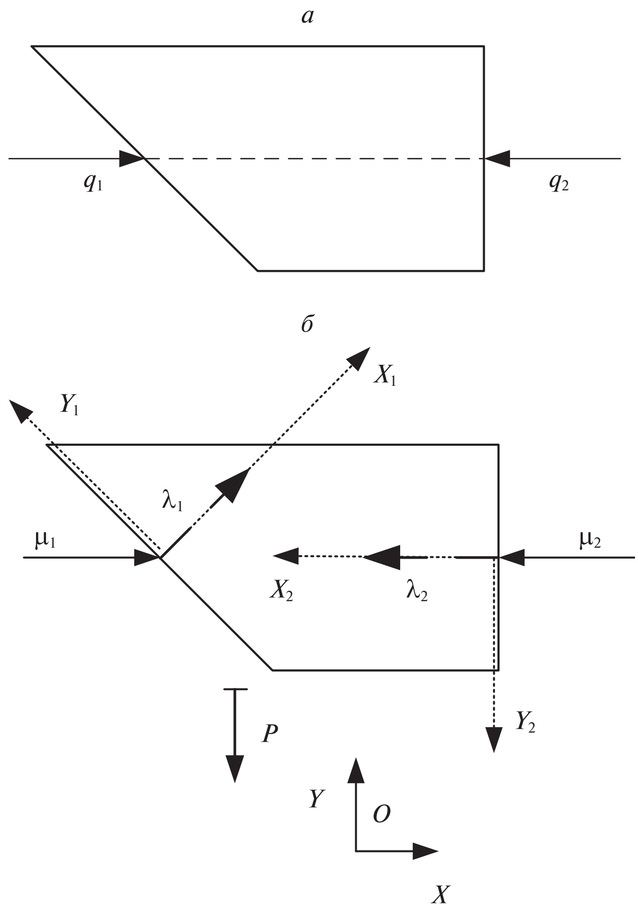

Рис. 2. Захватываемый плоский объект

Векторы сил, действующих на объект со стороны пальцев кисти, задаются в СК, связанных с объектом. Начала этих СК – в точках захвата. Обозначим их СК$_1$ (слева) и СК$_2$ (справа). Оси X этих СК направлены по нормалям к левой и правой граням объекта по направлению к объекту. Оси Y направлены вдоль граней – вверх (СК$_1$) и вниз (СК$_2$).

Контакт справа – точечный без трения. Контакт слева – точечный, но при наличии трения. В этом случае векторы λ_2 и v_{c2} имеют по одной ненулевой компоненте, векторы λ_1 и v_{c1} – по две ненулевых компоненты, т.е. проекции этих векторов на оси X_1 и Y_1:

$$\lambda_1 = [\lambda_{1x}\ \lambda_{1y}]^{\mathrm{T}}, \quad v_{c1} = [v_{c1x}\ v_{c1y}]^{\mathrm{T}}, \quad \lambda_2 = [\lambda_{2x}\ 0]^{\mathrm{T}}, \quad v_{c2} = [v_{c2x}\ 0]^{\mathrm{T}}.$$

Вектор v линейных скоростей центра масс объекта задан в системе координат основания:

$$v = [v_x\ v_y]^{\mathrm{T}}.$$

В рассматриваемом примере матрицы G^{T} и J имеют вид

$$G^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & 0 \\ -\sqrt{2}/2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Размерности ранговых и нуль-пространств матриц G, G^{T}, J, J^{T} и GJ равны:

$$\mathrm{rank}G = \mathrm{rank}G^T = 2, \quad \dim N(G^T) = 0,$$

$$\mathrm{rank}J = \mathrm{rank}J^T = 2, \quad \dim N(J) = 0,$$

$$\mathrm{rank}GJ = 1, \quad \mathrm{rank}GJ \neq \mathrm{rank}G.$$

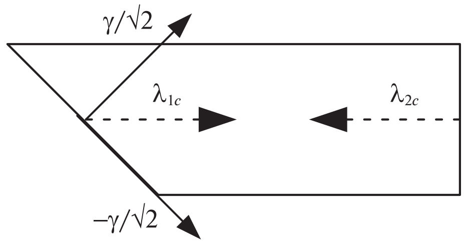

Рис. 3. Силы, сжимающие объект

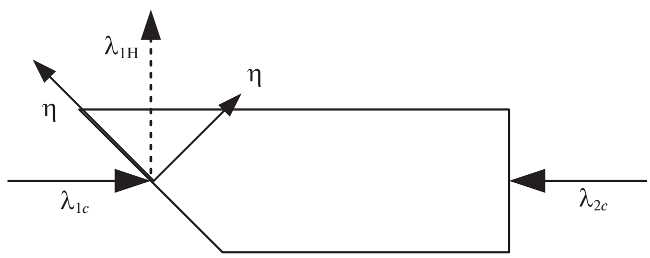

Рис. 4. Вектор неуправляемой силы

Нуль-пространства матриц G, J^{T} и GJ состоят из векторов

$$N(G) = [1/\sqrt{2}\ \ -1/\sqrt{2}\ \ 1]^{\mathrm{T}}, \quad N(J^T) = [1\ \ 1\ \ 0]^{\mathrm{T}}, \quad N(GJ) = [1\ \ 1]^{\mathrm{T}}.$$

Анализ показывает, что:

а) захват не является *неопределенным* (выполняется условие $\dim N(G^{\mathrm{T}}) = 0$), что соответствует отсутствию перемещений объекта, не связанных с движением пальцев кисти;

б) захват является *достаточным* (условие $\dim N(G) \neq 0$); нуль-пространство матрицы G образует вектор

$$N(G) = [1/\sqrt{2}\ \ -1/\sqrt{2}\ \ 1]^{\mathrm{T}}.$$

Компонентами этого вектора являются силы $\lambda_{1c} = \gamma\,[1/\sqrt{2}\ \ -1/\sqrt{2}]^{\mathrm{T}}$, $\lambda_{2c} = \gamma[1\ \ 0]^{\mathrm{T}}$, сжимающие объект, что видно из рис. 3; γ – множитель;

в) захват является *дефектным,* так как $\dim N(J^{\mathrm{T}}) \neq 0$, $N(J^{\mathrm{T}}) = [1\ \ 1\ \ 0]^{\mathrm{T}}$, что свидетельствует о существовании неуправляемой контактной силы (вектор $\lambda_{1\text{н}} = \eta\ [1\ \ 1]^{\mathrm{T}}$) (на рис. 4 выделен точечной линией, компоненты вектора – тонкими линиями), η – множитель;

г) захват не является избыточным, так как $\dim N(J) = 0$;

д) перемещения объекта не являются управляемыми, так как $\mathrm{rank}\ GJ \neq \mathrm{rank} G$.

Таким образом, захват объекта системой КО в силу критериев, приведенных выше, не является управляемым и в то же время является дефектным.

Будем теперь считать, что кисть размещена на манипуляторе. В качестве такового рассмотрим механизм с одной поступательной кинематической парой, перемещающей кисть с удерживаемым объектом в направлении оси Y базовой СК.

Матрица $J_{\text{РКО}}$ такой системы имеет вид

$$J = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & 0 & \sqrt{2}/2 \\ -\sqrt{2}/2 & 0 & \sqrt{2}/2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Вычисление матрицы GJ дает следующий результат:

$$GJ = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Выполним анализ свойств системы РКО.

1. Можно видеть, что $\dim N(J_{\text{РКО}}) = \dim N(J^{\text{T}}_{\text{РКО}}) = 0$, следовательно, захват в системе РКО *не является избыточным* (как и в случае рассмотрения захвата в системе КО). В то же время захват в системе РКО *не является дефектным* (в отличие от захвата в системе КО). Благодаря этому имеется возможность управления всеми контактными силами.

2. Ранг матрицы GJ в системе РКО $\operatorname{rank} GJ_{\text{РКО}} = \operatorname{rank} G = 2 = n_v$. Это свидетельствует о том, что обеспечена возможность *управления перемещениями* объекта: по оси X базовой СК – за счет движения пальцев кисти; по оси Y – за счет движения манипулятора. Возможность перемещения объекта по оси Y отсутствовала в системе КО.

3. Выполняется условие $N(G) \cap N(J^{\text{T}}) = 0$, так как $\dim N(J)^{\text{T}} = 0$. Следовательно, система РКО обеспечивает управление внутренними силами. Такая возможность отсутствовала в системе КО.

Выполняются также условия, определенные в разд. 5 и 6, которые требуются для обеспечения желаемых свойств захвата. В самом деле, поскольку

$$\dim N(J^{\text{T}}_{\text{КО}}) - \dim N(J_{\text{КО}}) = 1,$$

из выражения (5.5) следует, что необходимо выполнить условие $\dim N(J_{\text{РКО}}) = 0$. Это условие верно.

Условие (6.2), а именно $N(J^{\text{T}}_{\text{КО}}) \cap N(J^{\text{T}}_{\text{Р}}) = 0$, также выполняется, поскольку

$$N(J^{\text{T}}_{\text{КО}}) = [1 \;\; 1 \;\; 0]^{\text{T}}, \quad N(J^{\text{T}}_{\text{р}}) = [1 \;\; -1 \;\; 0]^{\text{T}}.$$

Условие (6.3) $N(J^{\text{T}}_{\text{КО}}G^{\text{T}}) \cap N(J^{\text{T}}_{\text{Р}}G^{\text{T}}) = 0$ (что эквивалентно $N(GJ_{\text{КО}})^{\text{T}} \cap N(GJ_{\text{Р}})^{\text{T}} = 0$) также выполняется, так как

$$N(GJ_{\text{КО}})^{\text{T}} = [0 \;\; 1]^{\text{T}}, \quad N(GJ_{\text{Р}})^{\text{T}} = N[0 \;\; 1] = [0 \;\; 1]^{\text{T}}.$$

Пример подтверждает справедливость соотношений, полученных ранее в аналитической форме. Обеспечение желаемых свойств захвата достигается за счет возможности перемещения объекта, захваченного кистью, в вертикальном направлении. Это перемещение осуществляется за счет манипулятора.

Заключение. В теории манипуляционных систем значительное внимание уделяется вопросам захвата объекта захватным устройством манипулятора, выполненным в виде многопалой кисти. Для систем такого вида существуют расчетные соотношения [2], позволяющие оценить свойства и показатели качества захвата. В основе этих соотношений – матрицы захвата G, позволяющие определить возможность перемещения захваченного объекта относительно пальцев кисти, и матрицы Якоби J кисти. Эти матрицы определяют способность кисти удерживать объект при действии внешних сил.

Обычно планирование захвата осуществляется в системе КО. В статье предложен подход к планированию захвата при рассмотрении манипуляционной системы РКО. Приведены соотношения для расчета матриц захвата и матриц Якоби для систем РКО и выявлена связь этих матриц с аналогичными матрицами системы КО. Показано, что при планировании захвата в системе РКО можно обеспечить желаемые свойства даже в случае, когда эти свойства не обеспечиваются в системе КО. Формально это достигается надлежащим выбором компонент матрицы Якоби манипулятора, на практике – выбором соответствующей конфигурации его кинематической цепи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bicchi A., Kumar V.* Robotic Grasping and Contact: a Review // Proceedings of ICRA '00. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation. San Francisco, USA, 2000. P. 348–353.
2. *Prattichizzo D., Trinkle J.* Grasping //Handbook on Robotics / Eds B.Siciliano, O.Kathib. Berlin: Springer, 2008. P. 671–700.
3. *Stockman B., Boyle J., Bacon J.* International Space Station Systems Engineering Case Study. Available at: http://spacese.spacegrant.org/uploads/images/ISS/ISS%20SE%20Case%20 Study.pdf.

4. *Hägele M., Nilsson K., Pires J.* Industrial Robotics // Springer Handbook of Robotics. Berlin: Springer, 2014. P. 963–986.
5. *Haidegger T., Barreto M., Gonçalves P., Habibe M. et al.* Applied Ontologies and Standards for Service Robots // Robotics and Autonomous Systems. 2013. V. 61. № 11. P. 1215–1223.
6. *Yoshida K., Wilcox B., Hirzinger G.* Future Direction of Orbital and Surface Robotic System // Handbook of Robotics / Eds B.Siciliano, O. Kathib. Berlin: Springer, 2016. P. 1423–1459.
7. *Фу К., Гонсалес Р., Ли К.* Робототехника. М.: Мир, 1989.
8. *Sahbani A., El-Khoury S., Bidaud P.* An Overview of 3D Object Grasp Synthesis Algorithms // Robotics and Autonomous Systems. 2012. V. 60. Issue. 3. P. 326–336.
9. *Shimoga K.* Robot Grasp Synthesis Algorithms: A Survey // Int. J. Robotic Research. 1996. V. 15. № 3. P. 230–266.
10. *Suárez R., Roa M.* Grasp Quality Measures: Review and Performance // J. Autonomous Robots. 2015. V. 38. № 1. P. 65–88.
11. *Miller A., Allen P.* Graspit! a Versatile Simulator for Robotic Grasping // Robotics & Automation Magazine IEEE. 2004. V. 11. № 4. P. 110–122.
12. *Diankov R., Kuffner J.* OpenRAVE: A planning Architecture for Autonomous Robotics. Tech. Rep. CMU-RI-TR-08-34. Robotics Institute Carnegie Mellon University. Pittsburgh, PA, 2008.
13. *Лесков А.Г., Илларионов В.В., Калеватых И.А., Морошкин С.Д., Бажинова К.В., Феоктистова Е.В.* Аппаратно-программный комплекс для решения задач автоматического захвата объекта манипуляторами // Инженерный журнал: наука и инновации. 2015. Вып. 1(37). С. 8–22.
14. *Salisbury J., Roth B.* Kinematic and Force Analysis of Articulated Mechanical Hands // J. Mech. Transm. Automat. 1983. V. 105. P. 35–41.
15. *Андрушевский Н.М.* Анализ устойчивости решений систем линейных алгебраических уравнений. М.: Изд-во МГУ, 2008.